1. Calcula las funciones inversas ,si existen ,de las siguientes funciones

1.1.) $f(x)= -5x+3$

$y= -5x+3 \rightarrow 5x=3-y \rightarrow x= (3-y)/5 \rightarrow f^{-1}(x) = (3-x)/5$

1.2.) $f(x) = \frac{2x+2}{x-5}$

$y = \frac{2x+2}{x-5} \rightarrow y(x-5)=2x+2 \rightarrow yx-5y=2x+2 \rightarrow yx-2x=2+5y \rightarrow x(y-2)=2+5y \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{2+5y}{y-2} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{2+5x}{x-2}$

1.3.) $f(x)= 3x^2-x$ No tiene

1.4.) $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$

$y = \frac{3x-1}{x-1} \rightarrow y(x-1) =3x-1 \rightarrow yx-y = 3x-1 \rightarrow yx-3x=y-1 \rightarrow x(y-3) = y-1 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{y-1}{y-3} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x-1}{x-3}$

1.5.) $y =2^x \rightarrow x= \log_2 y \rightarrow f^{-1}(x) =\log_2 x$

1.6.) $y = \log x \rightarrow x= 10^y \rightarrow f^{-1}(x) =10^x$

2. Indica si las siguientes funciones son polinómicas, racionales, irracionales, logarítmicas o exponenciales y determina su Dominio:

2.1.) $f(x) =x$ Polinómica $\mathrm{Dom}(f) = \Re$

2.2.) $f(x)=x^2$ Polinómica $\mathrm{Dom}(f) =\Re$

2.3.) $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-5}$ Racional $\mathrm{Dom}(f)=\Re - \{x \in \Re \,/ x^2 - 5= 0\}$

$$x^2 - 5 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{5} \quad \mathrm{Dom}(f) = \Re - \pm\sqrt{5}$$

2.4.) $f(x) = \frac{2x-5}{5x^2-3x}$ Racional $\mathrm{Dom}(f)=\Re - \{x \in \Re \,/ 5x^2 - 3x= 0\}$

$$5x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(5x-3) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{3}{5}$$

$\mathrm{Dom}(f)=\Re - \{0;3/5\}$

2.5.) $f(x) = \frac{x}{6x^3+x^2-2x}$ Racional Dom(f)=$\Re - \{x \in \Re \,/ 6x^3 + x^2 - 2x = 0\}$

$$6x^3 + x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(6x^2 + \mathrm{x} - 2) = 0$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12}$$

Dom(f)=$\Re - \{-2/3; -1/2; 0\}$

2.6.) $f(x) = \sqrt{2x+7}$ Irracional Dom(f)=$\{x \in \Re \,/ 2x+7 \geq 0\} = \{x \in \Re \,/ x \geq -7/2\}$

2.7.) $f(x) = \sqrt{\frac{2x+7}{4-x}}$ Irracional Dom(f)=$\{x \in \Re \,/ \frac{2x+7}{4-x} \geq 0\}$

$$\begin{cases} 2\mathrm{x} + 7 \geq 0 \rightarrow \mathrm{x} \geq -7/2 \\ 4 - \mathrm{x} > 0 \rightarrow \mathrm{x} < 4 \end{cases} \Rightarrow \left[-\frac{7}{2}; 4\right)$$

$$\begin{cases} 2\mathrm{x} + 7 \leq 0 \rightarrow \mathrm{x} \leq -7/2 \\ 4 - \mathrm{x} < 0 \rightarrow x > 4 \end{cases} \Rightarrow no\ tiene\ solución$$

$$\mathrm{Dom(f)} = \left[-\frac{7}{2}; 4\right)$$

2.8.) y =log x-5 logarítmica Dom(f)=$\{x \in \Re \,/ x-5 > 0\} = \{x \in \Re \,/ x > 5\}$

2.9.) y= 3^x exponencial Dom(f)=$\Re$

3.Dadas las siguientes funciones, efectúa las siguientes operaciones:f+g, f/g, f o g y g o f e indica su dominio:

3.1.)f(x)=lnx g(x) =x^2

f(x)+ g(x) = x^2 + lnx Dom((x)+ g(x))=$\{x \in \Re \,/ x > 0\}$

f(x)· g(x) = x^2·lnx Dom((x)· g(x))=$\{x \in \Re \,/ x > 0\}$

f(x)/ g(x)=lnx/x^2 Dom((x)· g(x))=$\{x \in \Re \,/ x > 0\}$

(f o g)(x)=f(g(x))=f(x^2)=ln x^2 Dom(f(x)o g(x))=$\{x \in \Re \,/ x^2 > 0\} = \Re - \{0\}$

(g o f)(x)=g(f(x))=g(lnx)=(ln x)^2 Dom(g (x) of(x))=$\{x \in \Re \,/ x > 0\}$

3.2.) $f(x) = \sqrt{2x+7}$ g(x) =x-8

f(x)+ g(x) =$(x-8)+\sqrt{2x+7}$ Dom((x)+ g(x))=$\{$xϵ$\Re$ /2x+7> 0$\}$=$\{$xϵ$\Re$ /x≥-7/2$\}$

f(x)· g(x)=$(x-8)\cdot\sqrt{2x+7}$ Dom((x)· g(x))=$\{$xϵ$\Re$ /2x+7≥ 0$\}$=$\{$xϵ$\Re$ /x≥-7/2$\}$

f(x)/ g(x)=$\frac{\sqrt{2x+7}}{x-8}$ Dom((x)· g(x))=$\{$xϵ$\Re$ /2x+7≥ 0$\}$-{8}=$\{$xϵ$\Re$ /x≥-7/2$\}$-{8}

(f o g)(x)=f(g(x))=f(x-8)=$\sqrt{2(x-8)+7} = \sqrt{2x-9}$

Dom(f(x)o g(x))=$\{$xϵ$\Re$ /2x-9≥ 0$\}$=$\{$xϵ$\Re$ /x≥9/2$\}$

(g o f)(x)=g(f(x))= $g\left(\sqrt{2x+7}\right) = \sqrt{2x+7}-8$

Dom(g (x) of(x))= $\{$xϵ$\Re$ /2x+7≥ 0$\}$=$\{$xϵ$\Re$ /x≥-7/2$\}$

3.3.)f(x)= x^2 +x g(x) =x+2

f(x)+ g(x) = x^2 +x +x+2= x^2 +2x +2 Dom((x)+ g(x))=$\Re$

f(x)· g(x) =(x^2 +x)·(x+2)=x^3+2x^2+x^2+2x=x^3+3x^2+2x Dom((x)· g(x))=$\Re$

f(x)/ g(x) =(x^2 +x)/(x+2) Dom((x)/g(x))=$\Re-\{-2\}$

(f o g)(x)=f(g(x))=f(x+2)=$(x+2)^2$+(x+2)=x^2+4x+4+x+2=x^2+5x+6

Dom(f (x)o g(x))=$\Re$

(g o f)(x)=g(f(x))=g(x^2+x)=x^2+x+2 Dom(g (x)of(x))=$\Re$

4. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

4.1.) f(x)= 3x^2-x Dom(f)=$\Re$

4.2.)$f(x) = \frac{x^2}{x^2-x-6}$ Dom(f)=$\Re$ – {xϵ$\Re$ /$x^2 - \mathrm{x} - 6 = 0$}=$\Re$ – {–2;3]

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

4.3.) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}}$ Dom(f)=$\{x\epsilon\Re \,/ \frac{x-1}{x^2-4} \geq 0\}$

A $\begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow \mathrm{x} \geq 1 \Rightarrow [1,+\infty) \\ x^2-4>0 \Rightarrow (x+2)\cdot(x-2)>0 \end{cases}$

$$(x+2)\cdot(x-2)>0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+2>0 \to x>-2 \\ x-2>0 \to x>2 \end{cases} \Rightarrow (2,+\infty) \\ \begin{cases} x+2<0 \to x<-2 \\ x-2<0 \to x<2 \end{cases} \Rightarrow (-\infty;-2) \end{cases}$$

A se cumple en $[1,+\infty) \cap (2,+\infty) = (2,+\infty)$

B $\begin{cases} x-1 \leq 0 \Rightarrow \mathrm{x} \leq 1 \Rightarrow (-\infty,1] \\ x^2-4<0 \Rightarrow (x+2)\cdot(x-2)<0 \end{cases}$

$$(x+2)\cdot(x-2)<0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+2>0 \to x>-2 \\ x-2<0 \to x<2 \end{cases} \Rightarrow (-2{,}2) \\ \begin{cases} x+2<0 \to x<-2 \\ x-2>0 \to x>2 \end{cases} \Rightarrow \sin solución \end{cases}$$

B se cumple en $(-\infty,1] \cap (-2{,}2) = (-2{,}1]$

$$\mathrm{Dom(f)} = (-2,-1] \cup (2,+\infty)$$

4.4.) $f(x) = log\sqrt{2x+7}$ Dom(f)=$\{x\epsilon\Re$ /2x+7> 0}={$x\epsilon\Re$ /x> -7/2}

4.5.) $f(x) = 7^{\sqrt{2x+7}}$ Dom(f)=$\{x\epsilon\Re$ /2x+7≥ 0}={$x\epsilon\Re$ /x≥-7/2}

4.6.) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{x^2-x-6}}$ Dom(f)=$\Re - \{x\epsilon\Re \,/ x^2 - \mathrm{x} - 6 = 0\} = \Re - \{-2;3\}$

5. Calcula la imagen de las siguientes funciones:

5.1.) y = x^3 Im (f) = $\Re$

5.2.) f(x) = 2^x Im (f) = $\Re^+$

5.3.) log x Im (f) = $\Re$

5.4.) $f(x) = \frac{2x-5}{x-4}$

$$y = \frac{2x-5}{x-4} \to yx - 4y = 2x - 5 \to yx - 2x = 4y - 5 \to x = \frac{4y-5}{y-2}$$

$f^{-1}(x) = \frac{4x-5}{x-2}$ Im (f)=Dom (f^{-1})= $\Re - \{2\}$

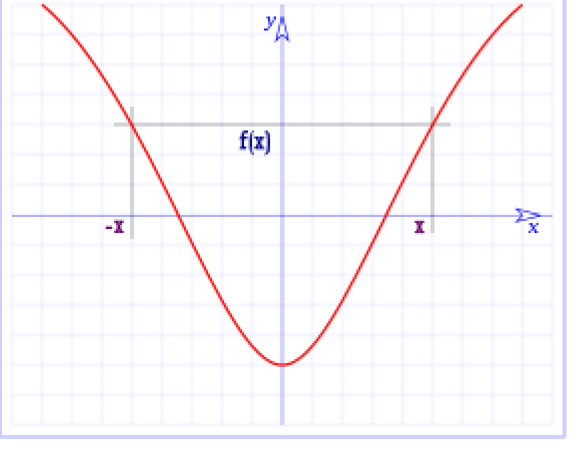
5.5.)f(x) = x^2+7 Im (f) = $\Re^+$

5.6.)y= 3x+2 Im (f) = $\Re$

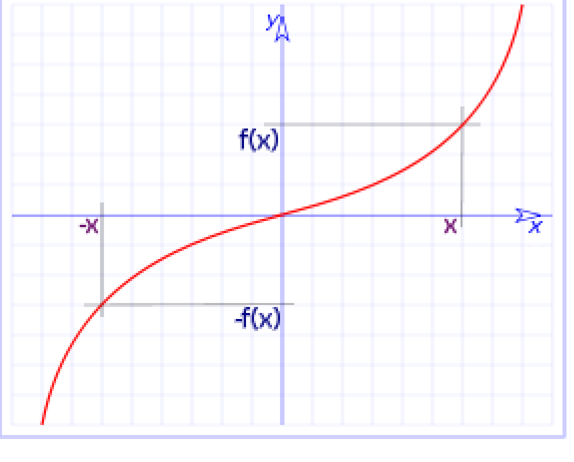
6.Indica si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos cosas:

6.1.) $f(x) = x^4 - 3x^2$
6.2.) $f(x)= 2x^3 - x$
6.3.) $f(x) =x^3 +1$
6.4.) $f(x) = x^4 -2x$
6.5.) $f(x) =3x^6 - 5x^2$
6.6.) $f(x) = x^5 +x^3$

Si f(x)=f(-x) la función es par. Geométricamente simétrica respecto al eje y



Si f(-x)=-f(x) la función es impar. Geométricamente simétrica respecto al origen de coordenadas



6.1.) $f(-x)= (-x)^4 - 3\,(-x)^2 = x^4-3x^2$ como $f(x)=f(-x)$ la función es par

6.2.) $f(-x)= 2(-x)^3 - (-x)=-2x^3 + x$

$-f(x) =-2x^3 + x$ como $-f(x)=f(-x)$ la función es impar

6.3.) $f(-x) =(-x)^3 +1 = -x^3+1$ No es par ni impar

$-f(x)= -x^3-1$

6.4.) $f(-x) = (-x)^4 -2(-x)= x^4+2x$

$-f(x)= -x^4 +2x$ No es par ni impar

6.5.) $f(x) =3x^6 - 5x^2$

$f(-x) =3(-x)^6 - 5(-x)^2=3x^6 - 5x^2$ como $f(x)=f(-x)$ la función es par

6.6.) $f(x) = x^5 +x^3$

$f(-x)= (-x)^5 +(-x)^3 =-x^5-x^3 =-f(x)$ la función es impar