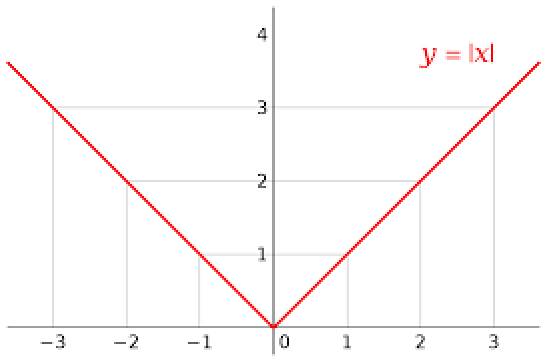
1. Representa gráficamente la función valor absoluto.



$$|x| = \begin{cases} x \; si \; x > 0 \\ -x \; si \;\; x < 0 \end{cases}$$

x	y
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2

2. Halla las imágenes de los siguientes valores -6; -4: -3 ;0 ;1/2 ;2 ; 4 para las siguientes funciones:

2.1.) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & si \; x < -4 \\ -x + 2 & si - 4 \leq x < 0 \\ 5 & si \; 0 \leq x \end{cases}$

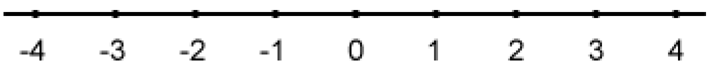
Como -6 <-4 f(x)=x^2-1 por lo tanto f(-6)=$(-6)^2$-1=36-1=35
Como -4 =-4 f(x)=-x+2 por lo tanto f(-4)=-4+2=-2
Como 0 =0 f(x)=5 por lo tanto f(0)=5
Como 1/2 > 0 f(x)=5 por lo tanto f(1/2)=5
Como 2 ≥ 0 f(x)=5 por lo tanto f(2)=5
Como 4 ≥ 0 f(x)=5 por lo tanto f(4)=5

2.2.)$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & si \; x < -3 \\ x & si - 3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x} & si \; 2 \leq x \end{cases}$

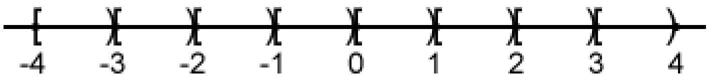
Como -6 <-3 g(x)=1/x por lo tanto g(-6)=-1/6
Como -4 <-3 g(x)= 1/x por lo tanto g(-4)=-1/4
Como -3 ≤ 0 <2 g(x)=x por lo tanto g(0)=0
Como -3 ≤ 1/2 <2 g(x)=x por lo tanto g(1/2)=1/2
Como 2 = 2 g(x)= $\sqrt{x}$ por lo tanto g(2)=5
Como 4 ≥ 2 g(x)= $\sqrt{x}$ por lo tanto f(4)=2

3. Representa la función parte entera de x.
Vamos a definir la función parte entera de un número real (que para los números negativos suele dar problemas para entenderla)
¿ Cuál es la parte entera de -1,65 ; -2,5,-3,7…?

En primer lugar dibujamos la recta real , con todos sus números enteros

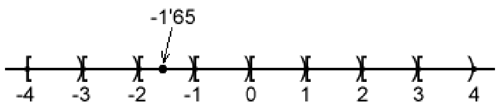


después dividimos la recta en una cantidad infinita de intervalos disjuntos (que no se cortan entre sí):



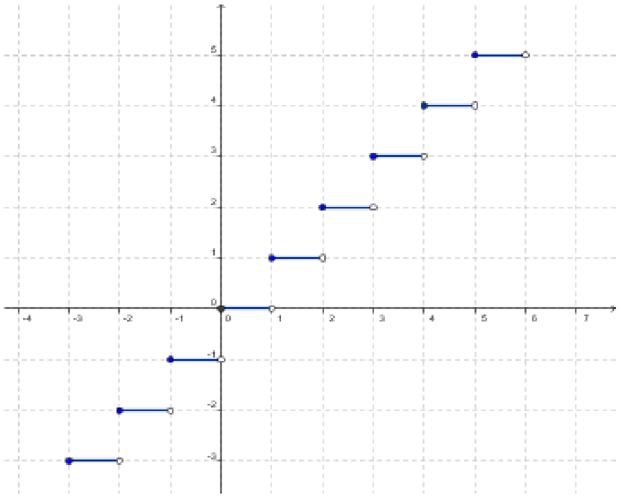
Lo que hemos hecho es poner
$\mathbb{R} = \cdots \cup [-3,-2) \cup [-2,-1) \cup [-1,0) \cup [0,1) \cup [1,2) \cup [2,3) \cup \ldots$
Si tomamos cualquier número real $x \in \mathbb{R}$ resulta que estará en un **único** intervalo de la forma [k,k+1) donde $k \in \mathbb{Z}$(k es un número entero).
A este número entero k se le llama **parte entera de x** y se denota por k= E(x) ó k= [x].
Entonces se define la parte entera de un número real x como *el mayor número entero que es menor o igua*l que x. f(x) =E(x)= [x]

Para los números positivos es fácil calcular la parte entera ,basta con quitar los números decimales. Ejemplos: [2,76]=2 ; [25,765] = 25 ; [π] =[3,1415…] = 3
En los números negativos esta regla **no funciona**, lo que suele provocar muchos errores.
¿ Cuál es la parte entera de -1,65 ; -2,5,-3,7…?
Para ello, tenemos que ver en qué intervalo de la forma [k,k+1) (k entero) está incluido cada número. Si la parte entera fuese quitar los decimales seria -1 y el intervalo seria el [-1,0) , pero $1{,}65 \notin [-1{,}0)$. Entonces [-1,65]≠-1. Situando el número en la recta está en el intervalo [-2,1). Por lo tanto [-1,65]=-2



Entonces para los números negativos hay que quitar los decimales y restar 1.
Por lo tanto [-2,5]=-3 ; (-2,5 quitando los decimales queda -2 y restándole 1 -2-1=-3)
[-3,7]=-4.

f(x) =E(x)= [x]



x	y
-3,7	-4
-2,5	-3
-2	-2
-1,65	-2
0	0
0.7	0
1	1
1,4	1
2	2

4. El consumo de gasolina de cierto automóvil, por cada 100 km, depende de su velocidad. A 60 km/h consume 5,7 l y a 90 km/h consume 7,2 l .
4.1) Estima su consumo si recorre 100 km a 70 km/h.
4.2) ¿Cuánto consumirá a 120 km/h?
4.3) ¿Y a 110 km/h?

4.1.)f(60) = 5,7 y = mx+n
f(90) = 7,2

5,7 = 60m+n
7,2 = 90m+n restando la 2ª – 1ª . 1,5 = 30 m → m = 1,5 /30 =0,05.
5,7 = 3+n→n =2,7. f(x) = 0,05 x +2,7
f(70) = 0,05 ·70+2,7 =3,5 + 2,7 =6,2.Consumira 6,2 l

4.2.) f(120) = 0,05 ·120+2,7 =6+2,7 = 8,7.Consumira 8,7 l

4.3.)f(110) = 0,05 ·110+2,7 =5,5+2,7 = 8,2.Consumira 8,2 l

5. En una Universidad, el año 2002 había matriculados 10.400 alumnos, y en el año 2007, 13. 200. Estimar cuántos había:
5.1) En el año 2003. 5.2) En el 2005.
5.3) En el 2000. 5.4) ¿Cuántos cabe esperar que haya en el 2020?
y = mx+n y-10400=560·(x-2002)
13.200=2007m+n
10.400=2002m+n restando 1ª-2ª 2800 = 5m→ m=560
10.400=2002·560+n→n=10400-2002·560=-1110720
Conociendo un punto y la pendiente puede resultar más fácil utilizar esta
y-10400=560·(x-2002)

$Y = 560x - 1110720$ $y - 10400 = 560\cdot(x-2002) \rightarrow y = 560(x-2002)+10.400$

5.1) $560\cdot 2003-1110720=10.960$.
f (2003) = 560 + 10 400 = 10.960 . Había 10.960 alumnos.

5.2) f (2005) = 1 680 + 10 400 = 12.080. Había 12.080 alumnos.

5.3) f (2000) = –1 120 + 10 400 = 9.280. Había 9.280 alumnos.

5.4) f (2010) = 560·(2010-2002) + 10 400 = 560·8+10.400=4.480+10.400=14.480. Se esperan 14.480 alumnos.

6. Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son $G(x) = 2000 + 25x$, en euros, y los ingresos mensuales son $I(x) = 60x - 0{,}01x^2$, también en euros. ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo?

La función *Beneficio* viene dada por la expresión:
$B = I - G = 60x - 0{,}01x^2 - 2\,000 - 25x = -0{,}01x^2 + 35x - 2\,000$
Se trata de una parábola con las ramas hacia abajo.
El máximo de la función se encuentra en el vértice: $x=-b/2a= -35/-0{,}02=1.750$
El beneficio máximo se obtendrá para 1.750 televisores.

7.El precio de venta de un artículo viene dado por $p(x) = 12 - 0{,}01x$
(x = número de artículos fabricados; p = precio, en cientos de euros).
7.1.) Si se fabrican y se venden 500 artículos, ¿cuáles serán los ingresos obtenidos?
7.2.) Representa la función N-º de artículos-Ingresos obtenidos .
7.3.) ¿Cuántos artículos se deben fabricar para que los ingresos sean máximos?

7.1.)Si se venden 500 artículos, su precio será:$12 -0{,}01\cdot 500=7$

7 cientos de euros. Ingresos 700€·500=350000€
7.2.)$In(x)=p(x)\cdot x=12x-0{,}1x^2$

7.3.)El máximo se alcanza en el vértice de la parábola que se alcanza para 600 artículos

8. Un fabricante vende mensualmente 100 electrodomésticos a 400 euros cada uno y sabe que por cada 10 euros de subida venderá 2 menos.

8.1) ¿Cuáles serán los ingresos si sube los precios 50 euros?
En este caso vendería 90 electrodomésticos a 450 euros cada uno; luego los ingresos serían de $450 \cdot 90 = 40\,500$ euros.

8.2) Escribe la función que relaciona la subida de precio con los ingresos mensuales.
$I(x) = (400 + x)(100 - 2 \cdot x/10) = -x^2 + 100x + 200.\,000$
8.3) ¿Qué subida produce ingresos máximos?

El máximo se alcanza en el vértice de la parábola: $x=-100/-2 =50$
Una subida de 50 €